**الأعداد الحقيقية**

**تصنف مجموعة الأعداد الحقيقية إلى:-**

1. مجموعة الأعداد الصحيحة و تشمل الأعداد الصحيحة مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد الكلية .
2. مجموعة الأعداد النسبية و هي على الصورة حيث اعداد صحيحة و .
3. مجموعة الأعداد غير النسبية هي التي لا يمكن كتابتها كحاصل قسمة عددين صحيحين .

**خصائص الأعداد الحقيقية:-**

إذا كان لدينا الأعداد الحقيقية فان

1. خاصية الإبدال
2. خاصية التجميع

1. خاصية التوزيع

ويعنى الرمز اكبر من و الرمز اصغر من و الرمز اكبر من او تساوى و الرمز اصغر من او تساوى .

**القيمة المطلقة**

تسمى المسافة بين النقطة و الصفر على خط الاعداد الحقيقية بالقيمة المطلقة للعدد و رمزها وتعريفها

و خصائصها هي :-



***الأسس***

*هو تبسيط لعملية الضرب المتكرر لنفس العدد مثلا*

*وتسمى العبارة* عبارة اسية و يسمى العددa بالأساس و n بالأس وإذا كان *a ,b* عددين حقيقيين و كانs ,r عددين نسبيين فان:-



**الجذور**

**تعريف**

إذا كانت m عدد صحيح و كانت n عدد صحيح موجب فان

**اللوغريثمات**

يمكن كتابة بالصورة و تقرا لوغاريثم العدد 81 للأساس 3.

إذا كان a ,b ,c أعداد حقيقية موجبة و كانت r, b عددا حقيقيا فان

1-

2-

3-

4-

5-

6-

7-

**مثال1**

إذا كانت r=6 ,p=5 , q=4اوجد

1-p+q/2 =5+4l2=7

2-(p+ r)/q-r =5+6/4-6=11/-2

**مثال2**

اوجد في ابسط صورة

1-

2- =

**مثال3**

اوجد قيمة مايلى في ابسط صورة

1- =1

2-=6

**مثال4**

اكتب مايلى باستخدام إشارة الجزر

1-

2-

**مثال5**

حول المعادلات التالية إلى الصورة الآسية

1- 2-

2-

**مثال6**

حول المعادلات التالية إلى الصورة اللوغريثمية

1-

2-

**مثال7**

اوجد مايلى بدون استخدام الآلة الحاسبة

1-

2-

2-

**المعادلات الخطية**

هي التي يمكن كتابتها بالصورة

حيث أعداد حقيقية

***مثال8***

*اوجد حل المعادلة*

***الحل***

*وتعرف المعادلة من الدرجة الثانية بأنها على الصورة*

حيث أعداد حقيقية*ويكن حلها بالطرق الاتية*

*1-التحليل*

***مثال9*** *اوجد حل المعادلة التالية*

***الحل***

*وعليه*

*2-إكمال المربع*

***مثال10*** *حل المعادلة*

***الحل***

*3-الصيغة العامة*

***مثال11*** *حل المعادلة*

***الحل***

***المتباينات***

*المتباينة هي عبارة رياضية تتكون من كميتين رياضيتين تفصل بينهما اشارة المتباينة لتعطى دلالة على إن إحدى الكميتين اكبر من أو اكبر من أو تساوى الكمية الأخرى ويتمثل حل المتباينة في جميع قيم المتغيرات التي تجعل المتباينة عبارة رياضية صحيحة.*

***مثال12*** *اوجد حل المتباينة من الدرجة الأولى الآتية*

***الحل***

ويكون حل المتباينة هو

**مثال13**  اوجد حل المتباينة

**الحل**

**مثال14**

اوجد حل المتباينة من الدرجة الثانية الآتية

**الحل**

إذن إما

وهذه مرفوضة فتكون

وعليه

وتكون الفترة التي تحقق المتباينة هي

**مثال15**

اوجد حل المتباينة

**الحل**

إما

ويكون الحل هو

او

وهذه النتيجة مرفوضة

**الدوال**

الدالة هي العلاقة التي تربط كل عنصر من عناصر فئة ما x من عنصر وحيد من فئة ما y و تسمى عناصر الفئة x مجال الدالة بينما تسمى عناصر الفئة y مدى الدالة . يسمى المتغير x بالمتغير المستقل إما y فتسمى بالمتغير التابع و تستخدم الصيغة وتقرأ y دالة في x

**التمثيل البياني للدالة**

هو تحديد المسار الهندسي للدالة على الإحداثيات الكارتيزية

**مثال16**

مثل الدالة الآتية بيانيا

**الحل**

نختار قيم لx

عند x=3 فان y=10

X=5 فان y=14

فتكون النقاط هي

**أنواع الدوال**

1-الدالة الخطية وهى على الصورة

*حيث a,b إعداد حقيقية*

*2-الدالة الثابتة* وهى على الصورة

*حيث b عدد حقيقي*

*3-دالة القيمة المطلقة* وهى على الصورة

*4-الدالة التربيعية* وهى على الصورة

*حيث اعداد حقيقية*

*5-الدوال كثيرة الحدود وهى على الصورة*

*حيث n عددا صحيحا موجب و اعدادا حقيقية و .*

*6-الدالة الكسرية : إذا كانت*  دوال كثيرات حدود و كانت فان دالة كسرية.

7-الدالة الجذرية : تكون الدالة دالة جذرية اذا كانت

حيث عدد صحيح موجب و دالة كثيرة حدود.

8-الدالة الآسية: تكون الدالة دالة اسية اذا كانت

حيث عدد حقيقى موجب و حيث يسمى بالاساس.

9- الدالة اللوغريثمية : تكون الدالة دالة لوغريثمية اذا كانت

حيث

10-الدالة العكسية : الدالة العكسية للدالة هى عملية ايجاد دالة يكون فيها هو المتغير التابع و هو المتغير المستقل.

11-الدالة وحد لواحد : : تكون الدالة دالة واحد لواحد اذا كان

لكل

**نهاية الدالة**

إذا كانت الدالة معرفة فى جميع النقاط حول النقطة وكانت قيمة الدالة تقترب من القيمة عندما تقترب من القيمة من جهة اليمين و من جهة اليسار فان نهاية الدالة عندما تقترب من هى و تكتب

***أمثلة 17:*** *اوجد مايلى :*

*نحلل*

***اتصال الدوال***

تكون الدالة متصلة عند النقطة اذا تحققت الشروط التالية

1-الدالة معروفة القيمة عند اى يمكن ايجاد

2-توجد للدالة نهاية عندما تقترب من اى يمكن ايجاد

3- إن تكون

**مثال18** : ابحث اتصال الدالة عند النقطة

***الحل***

لذا فان الدالة متصلة عند

**مثال19**: ابحث اتصال الدالة

**الحل** :

بما إن

فان الدالة غير متصلة عند .

**المشتقة الأولى للدالة**

إذا كان

فان

وهى المشتقة الأولى للدالة

**مثال20**باستخدام المشتقة الأولى للدالة اوجد مشتقة الدالة

عند النقطة

**الحل**

**قوانين التفاضل**

1-إذا كانت

فان

2- إذا كانت حيث عدد حقيقى

فان

*3-* إذا كانت

فان

*4-* إذا كانت

فان

*5-إذا كان*

*فان*

*6-إذا كانت فان*

7-إذا كانت فان

حيث عدد حقيقى موجب و .

8- إذا كانت فان

حيث عدد حقيقى موجب و.

9-المشتقات العليا وهى إيجاد المشتقة من الدرجة الثانية و المشتقة من الدرجة الثالثة و....

**مثال21**

اوجد اذا كان

الحل

**مثال22**

اوجد إذا كان

*الحل*

**مثال23**

اوجد اذا كان

*الحل*

**مثال24**

اوجد اذا كان

*الحل*

**مثال25**

اوجد إذا كان

*الحل*

**مثال26**

اوجد إذا كان

*الحل*

**مثال27**

اوجد اذا كان

الحل

**مثال28**

اوجد اذا كان

*الحل*

**مثال29**

اوجد اذا كان

**الحل**

**مثال30**

*اوجد المشتقة الثالثة للدالة*

***الحل***

***نقاط الدوران***

*تسمى النقاط التي تتحول عندها الدالة من تزايدية إلى تناقصية أو العكس بنقاط الدوران . تسمى نقطة الدوران التي تتحول عندها الدالة من تزايدية إلى تناقصية بالنهاية العظمى .و تسمى نقطة الدوران التي تتحول عندها الدالة من تناقصية الى تزايدية بالنهاية الصغرى.*

***مثال31***

*اوجد نقاط الدوران للدالة*

***الحل***

*وهى نقطة الدوران.*

***مثال32*** *اوجد نقاط الدوران للدالة*

***الحل***

*النقطة الحرجة نهاية عظمى .*

***تقعر الدالة***

*يكون للدالة من الدرجة الثانية نهاية صغرى عندما تكون مقعرة إلى اعلي و تكون للدالة نهاية عظمى عندما تكون مقعرة لأسفل. و تسمى نقطة تحول تقعر الدالة من تقعر لأعلى إلى تقعر لأسفل بنقطة الانقلاب وهى النقطة التي تتحول عندها المشتقة الأولى للدالة من تزايدية إلى تناقصية أو العكس .*

***مثال33***

*حدد فترات التزايد و التناقص للدالة*

***الحل***

*وبهذا فان الدالة تناقصية في الفترة والفترة وتزايدية في الفترة* .

**مثال34** اوجد نقاط الدوران ونقط الانقلاب للدالة

**الحل**

*فتكون النقطة نهاية صغرى للدالة و هى نهاية عظمى للدالة ويمكن إيجاد نقطة الانقلاب بمساواة المشتقة الثانية بالصفر*

*فتكون نقطة الانقلاب إحداثياتها هي .*

***مثال35***

*تقوم شركة الأجهزة العصرية بإنتاج مكانس كهربية فإذا كانت دالة الربح الكلى للشركة هي*

*حيث تمثل عدد الأجهزة المنتجة . اوجد عدد الأجهزة الواجب إنتاجها لتحقيق اكبر ربح ممكن .*

***الحل***

*وحيث إن المشتقة الثانية لدالة الربح سالبة فهذا يعنى إن الشركة تحقق اكبر ربح ممكن و الذي يبلغ 24900 ريال عندما تكون عدد الاجهذة المنتجة 125 جهاز .*

***التكامل***

*تعريف تكامل الدالة: اذا كانت*

*فان*

*حيث c عدد حقيقى و يسمى ثابت التكامل.*

***قوانين التكامل:-***

***1- تكامل***

***مثال36***

*اوجد تكامل*

***الحل***

***2-تكامل حاصل جمع او طرح الدالتين هو***

***مثال37*** *اوجد تكامل مايلى*

***الحل***

***3-تكامل الدالة الاسية:***

***مثال38*** *اوجد تكامل*

***الحل***

***4-تكامل***

***5-التكامل بالتعويض***

*اذا كانت*

*فان*

***مثال39*** *اوجد تكامل*

***الحل***

***6-التكامل بالتجزئ***

*اذا كان فان*

***مثال40*** *اوجد تكامل*

***الحل***  *نفرض ان*

***التكامل المحدد***

*إذا كانت دالة متصلة فى الفترة و كانت هى المشتقة الأولى للدالة فان:*

***مثال41*** *اوجد التكامل الاتى*

***الحل***

***المساحة تحت المنحنى***

***مثال42*** *: ما هي المساحة المحصورة بين المنحنى*

و محور في الفترة  *و*

***الحل***

***مثال43*** *اوجد المساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى*

*و الخط المستقيم*

*في الفترة من إلى*

***الحل***

*لإيجاد نقاط تقاطع المنحنيات يتم مساواة قيم الدالتين كالتالي*

*نلاحظ ان المميز يساوى حيث لا يوجد تقاطع بين المنحنيين فتكون المساحة تساوى*

***المصفوفات***

*المصفوفة هى مجموعة من العناصر المرتبة فى عدد ( ) من الصفوف وعدد () من الاعمدة*

*حيث يرمز الى العنصر الذى يقع فى الصف و العمود من المصفوفة وتكون درجة المصفوفة هى ( ).*

***انواع المصفوفات***

*1-المصفوفة القطرية حيث و*

*2-مصفوفة الوحدة حيث ,*

*3-المصفوفة المبدلة حيث تحول الصفوف الى اعمدة يرمز لها بالرمز .*

*4-المصفوفة المتماثلة حيث .*

*5-المصفوفة المثلثية*

*1-مثلثية عليا حيث العناصر اسفل القطر الرئيسى اصفار*

*2-مثلثية سفلى حيث العناصر اعلى القطر الرئيسى اصفار*

*-تكون المصفوفتان متساويتان اذا كان*

*-يمكن جمع و طرح المصفوفات حيث*

*-يمكن ضرب المصفوفات بضرب الصفوف فى الاعمدة كالاتى*

***مثال44*** *اذا كان*

*اوجد*

***الحل***

***مثال45*** *اذاكان*

*اوجد*

*1-2A*

*2-A+B*

*3-*

***الحل***

*1-*

*2-*

*3-*

*=*

***مقلوب المصفوفة***

*يرمز له بالرمز ويعبر عنه بالعلاقة*

***مثال46***

*اوجد مقلوب المصفوفة*

***الحل***

*مصفوفة العوامل هى*

***نظم المعادلات الخطية***

*يمكن حل المعادلات الخطية عن طريق الحزف او التعويض او المصفوفات اوعن طريق مقلوب المصفوفات و المحددات و قاعدة كرامر.*

***مثال47***

*حل النظام الخطى*

***الحل***

*بتعويض قيمة*

*ومنه نجد ان*

***مثال48*** *حل النظام الخطى*

***الحل***

*فتكون المصفوفة الموسعة هى*

*وبالجراء العمليات الاولية*

*-ابدال الصف الاول بالصف الثانى نحصل على*

ايضا + *نحصل على*

فتكون

فتكون

***مثال49*** *حل النظام الخطى*

***الحل*** *نوجد*

ويكون حل النظام الخطى هو

فتكون

**مثال50** اوجد حل النظام الخطى بطريقة كرامر

**الحل**

نوجد و و

تمارين

1-إذا كانت r=6 ,p=-5 , q=3اوجد

1-p+q/2

2-(p+r)/q-r

3-p/q-2 +r-4

2-مثل ما يلي على خط الأعداد الحقيقية

1-(5

2

3-

3-اوجد في ابسط صورة

1-

2-

3-

4-اوجد قيمة مايلى في ابسط صورة

1-

2-

3-

5-اكتب مايلى باستخدام إشارة الجزر

1-

2-

3-

6-حول المعادلات التالية إلى الصورة الآسية

1-log100000=10

2-

3-

7-حول المعادلات التالية إلى الصورة اللوغريثمية

1-

2-

3-

8-اوجد مايلى بدون استخدام الآلة الحاسبة

1-

2-

3-

9-اوجد قيمة مايلى في ابسط صورة

1-

2-

3-

10-بسط العبارات التالية

1-

2-

3-

*11-اوجد حل المعادلة*

*12-اوجد حل المعادلة التالية*

*13-اوجد حل المتباينة من الدرجة الأولى الآتية*

14-اوجد حل المتباينة من الدرجة الثانية الآتية

15-اوجد حل المتباينة

16-مثل الدالة الآتية بيانيا

17-اوجد النهايات التالية

18-اوجد إذا كان

19-اوجد مايلى

1-

2-

3-

4-

5-

20-اذا كان

اوجد

1-A+B

2-3A,4B

3-2A-B

4-

5-

21- *حل النظام الخطى*

طريقة العمليات الاولية و قاعدة كرامر

22- *حل النظام الخطى*

بطريقة الحزف و *طريقة مقلوب المصفوفة*